

Mathematisches Institut der Universität Heidelberg
Prof. Dr. E. Freitag /Thorsten Heidersdorf

Übungen zur Analysis II SS 2009

Blatt 10, Abgabe bis zum 12.06.2009 um 11:00 Uhr

Aufgabe 37 (a) Man bestimme drei reelle Zahlen a, b, c , deren Summe gleich 90 und deren Quadratsumme $a^2 + b^2 + c^2$ minimal ist.

(b) Man bestimme drei positive reelle Zahlen a, b, c , deren Summe gleich 60 und deren Produkt maximal ist.

(3+3 = 6 Punkte)

Aufgabe 38 Welcher Punkt der durch

$$z = x^2 + y^2$$

definierten Fläche im \mathbb{R}^3 hat von $(1, 1, 0.5)$ den kleinsten euklidischen Abstand?

(4 Punkte)

Aufgabe 39 Es sei

$$f(x, y) = \frac{x - y}{x + y} \quad \text{für alle } x > 0, y > 0.$$

Man bestimme den Anfang der Taylorentwicklung von f um $(1, 1)$ bis einschließlich Gliedern zweiter Ordnung.

(4 Punkte)

Aufgabe 40* (Freiwillige Zusatzaufgabe) Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine C^2 -Funktion. D sei die offene Einheitskugel $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\|_2 < 1\}$.

(a) Falls $\Delta f(x) > 0$ für alle $x \in D$, so gilt $f(x) < \max_{\|y\|=1} f(y)$ für alle $x \in D$.

(b) Falls $\Delta f(x) = 0$ für alle $x \in D$, so gilt

$$\min_{\|y\|=1} f(y) \leq f(x) \leq \max_{\|y\|=1} f(y) \text{ für alle } x \in D.$$

(3+3=6 Punkte)