Der Briefwechsel
Helmut Hasse / Max Zorn

^{tk} 26.3.32 – 4.1.34

^{tk} weiteres Material

t – fertig transkribiert, k – nach Tippfehlern durchgesehen

Version vom 19.05.11
Letztmalig geändert am 19.05.11

Quelltext: haszor_110519.tex
übersetzt am 30. Juni 2014

Enthält u.a. Dokumente aus:

Cod.Ms H. Hasse 1:1926

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung

[...] steht als Platzhalter für Text, der nicht oder nicht eindeutig zu entziffern war.[1]
□□□ steht für ausgestrichene, aber lesbare Passagen.[2]

[1] erreichbar mit \xxx
[2] erreichbar mit \boxes

Kapitel 1

Der Briefwechsel Helmut Hasse / Max Zorn

1 26.03.1932, Zorn an Hasse

Halle, den 26. März 1932

ab 1.IV. Hamburg 19, Bismarckstr. 90

Sehr geehrter Herr Professor,

Ich möchte Ihnen heute die Abänderung eines Albertschen Beweises mitteilen, von der ich bei Ihrem letzten Aufenthalt hier eine Andeutung gemacht hatte; des weiteren wollte ich mir erlauben, Sie in einer Stipendienangelegenheit um Ihre Unterstützung zu bitten.

Es handelte sich um den Satz, dass ein relativ-algebraischer Schiefkörper vom Grade n über dem Zentrum einen maximalen Teilkörper 1. Art desselben Grades n enthält. Nach Albert ist man fertig, wenn man eine Schiefkörperzahl angibt, die bei Einsetzung in das "allgemeine" Minimalpolynom des Schiefkörpers über dem Zentrum ein Polynom mit lauter verschiedenen Wurzeln liefert. Das allgemeine Minimalpolynom ist ein Polynom n-ten Grades über dem Körper der dem Zentrum adjungierten unbestimmten Koordinaten der Schiefkörperzahlen. Bei Einsetzung kommt ein doppelwurzelfreies Polynom heraus, wenn die Diskriminante bei der Einsetzung nicht Null wird. Man wird nun die Koordinaten dann und nur dann mit dem gewünschten Ergebnis spezialisieren können, wenn die Diskriminante des allgemeinen Minimalpolynoms als Funktion im Sinne der Analysis, betrachtet im Zentrum, nicht identisch verschwindet. Wir dürfen aber den Grundkörper als unendlich annehmen; also darf die Diskriminante als Element der rein transzendenten Zentrumserweiterung nicht Null sein, und dies reicht auch. Ist die Diskriminante Null, so hat das allgemeine M.Polynom eine Doppelwurzel, ist wegen der Irreduzibilität eine Funktion von t^p, hat also als zweiten Koeffizienten Null; demnach wären alle Minimalspuren Null, und zwar auch nach algebraischem Abschluss des Zentrums; Widerspruch, da voller Matrizenring.

Bis auf den letzten Satz ist dies der Albertsche Beweis. Ich möchte übrigens die Vermutung wagen, dass ebenfalls eine reine Wurzelerweiterung vom Grade p^e im Schiefkörper[1] stecken muss; jedenfalls scheint mir, dass über vollkommenem Zentrum keine Schiefkörper mit durch p teilbarem Grad

[1] $n = p^e \cdot m$, $(m, p) = 1$

existieren können. Mit Sylow-Ueberlegungen käme man nämlich auf Schiefkörper des Grades p mit zyklischem Teilkörper, und die Automorphismen gäben zu p-ten Wurzeln Anlass.

Sehr geehrter Herr Professor, wenn ich Sie nun um ein Gutachen über teilweise noch nicht vollendete Arbeiten bitte, so bin ich mir bewusst, dass ich nicht sehr korrekt vorgehe, weil Sie mich ja nur wenig kennen; aber Ihre Bemerkung, dass Sie sich auch für das Nichtassoziative interessieren, hat mich dazu ermutigt.

Zur Motivierung: Ich muss den Assistentenposten in Halle verlassen, habe im Moment keine Aussicht auf eine andere Stellung und werde mich deswegen an die Notgemeinschaft wenden müssen. Nun muss man wohl, um Aussichten zu haben, eine Reihe von Arbeiten vorlegen können; ich habe aber bis jetzt nur meine Dissertation publiziert, weswegen ich ein Gutachten über ein paar Sachen beifügen möchte, die ich in der Zwischenzeit gemacht bzw. begonnen habe.

Ich lege zu diesem Zweck eine kleine Uebersicht über die Theorie bei, in der ich auch angebe, wie*weit* die einzelnen Dinge technisch sind.

Sollten Sie meine Arbeiten nicht für ausreichend halten, so bitte ich selbstverständlich darum, mein Ansuchen als nicht geschehen zu betrachten.

Mit ergebenem Gruss

und herzlichem Dank im voraus

Ihr Max Zorn.

2 29.04.1932, Zorn an Hasse

Hamburg, den 29. April

Sehr geehrter Herr Professor!

Nehmen Sie meinen herzlichsten Dank für Ihren freundlichen Brief und für das Gutachten. Herr Artin hat mir auch das Korrekturseparatum gegeben, und ich möchte Ihnen bei dieser Gelegenheit ebenfalls für die vielen Separata danken, die Sie mir haben zukommen lassen.

Ich erlaube mir, Ihnen mit der gleichen Post die Kopie eines vorläufigen Manuskripts zu übersenden, das ich in derselben Stipendienangelegenheit an Herrn Brandt geschickt habe; es handelt sich um den ersten Punkt der Zusammenfassung (Hyperkomplexe Axiomatik I = Assoziativgesetze mit konstanten Koeffizienten).

Dass Fräulein Noether den Satz über Teilkörper erster Art vom Schiefkörpergrad auch bewiesen hatte, war mir nicht bekannt; den Zusatz zu Albert wollte ich wegen seiner Kürze der Arbeit von Koethe gegenüberstellen.

Ich hoffe, Ihnen recht bald auch ein vorläufiges Manuskript über Punkt 2 der Zusammenfassung vorlegen zu können und bleibe inzwischen

Ihr ganz ergebener

Max Zorn

3 06.07.1932, Zorn an Hasse

Hamburg, den 6. Juli 32

Sehr geehrter Herr Professor,

ich habe gestern von der Notgemeinschaft Antwort bekommen. Man hat mir bis zum März 33 ein Stipendium von monatlich 200 RM bewilligt, welches allerdings noch von etwaigen Etatveränderungen abhängt.

Da ich das Stipendium in allererster Linie Ihrem freundlichen Gutachten zu verdanken habe, möchte ich Ihnen noch einmal meinen herzlichsten Dank dafür sagen. –

Wissenschaftlich habe ich noch nichts weiter vollendet; ich habe aber jetzt ein Konstruktionsprinzip für hyperkomplexe Systeme (wieder-)gefunden, welches von der Automorphismengruppe ausgehend eine Art von Normalbasis für das System liefert. Es wäre das die distributive Verallgemeinerung der Matrizeneinheiten Eik. Ich hoffe, so die richtige Verallgemeinerung der Begriffe verschränktes Produkt und Zerfällungskörper machen zu können. An sich ist das Verfahren, wie ich anschliessend einsah, von Cartan und Weyl für die Konstruktion der halbeinfachen kontinuierlichen Gruppen benutzt worden.

Ich hoffe jetzt etwas mehr loslegen zu können.

Nochmals den herzlichsten Dank

Ihr sehr ergebener

Max Zorn

4 04.01.1934, Zorn an Hasse

Hamburg, den 4. Jan. 34

Sehr geehrter Herr Professor,

ich möchte Sie freundlichst bitten, mir eine nochmalige Verwendung des Gutachtens zu gestatten, welches Sie mir liebenswürdigerweise vor bald zwei Jahren für die Notgemeinschaft zur Verfügung stellten; wenn es Ihnen recht ist, in der Form, dass ich die Notgemeinschaft aufgrund einer Erlaubnis von Ihnen um einige Abschriften ersuche.

Der Ordnung wegen muss ich aber erwähnen, dass ich nach §4 des Wiederherstellungsgesetzes entlassen worden bin, aufgrund von Tatbeständen, die in meine Studentenzeit fallen.

Das Gutachten würde ich verwenden, um bei der Rockefeller Corporation einen Stipendiumsantrag zu stützen. Als Thema wollte ich einen zahlengeometrischen Ansatz angeben, den ich beifüge. –

In einem meiner damaligen Briefe sprach ich die Hoffnung aus, Ihnen recht bald weitere nichtassoziative Ergebnisse mitteilen zu können; da ich aber bis jetzt nichts von Belang erledigt habe, möchte ich im Hinblick auf das Gutachten Ihnen einen Bericht übergeben, den ich einigen Interessenten für kontinuierliche Gruppen vorlege. Aus diesem geht hervor, dass ich mich möglichst auf persönliche Gutachten stützen muss.

Es könnte nun sein, dass die Erfüllung meines Wunsches Ihren Beamtenverpflichtungen, wenn ich so sagen darf, zuwiderläuft; dann werde ich selbstverständlich meine Bitte nicht aufrecht erhalten.

Indem ich Ihnen für die Uebersendung der Separata herzlichst danke bin ich stets

Ihr sehr ergebener

Max Zorn

Hamburg Fu.
Niedernstegen 15

Kapitel 2

Weiteres Material zu Hasse / Zorn

1 03.11.1932, Zorn, Abschrift eines Briefes an Herrn Tornier.

Abschrift eines Briefes an Herrn Tornier.

Hamburg, den 3. November 32

Lieber Herr Tornier,

Sie entsinnen sich vielleicht gelegentlicher Bemerkungen von mir über die Verwendbarkeit der allgemeinen Masstheorie für das Studium der kontinuierlichen Gruppen. Ich habe mir inzwischen die Sache etwas eingehender überlegt; ich glaube, dass man das Hauptproblem, nämlich den Beweis der Analytizität einfacher Gruppen, im kompakten Fall auf die Existenz eines Masses mit vorgeschriebenen Eigenschaften zurückführen kann. Und zwar würde es, wenn meine bisherigen Ueberlegungen richtig sind, ausreichen, wenn in einem kompaktem metrischen Raum eine Masstheorie aufgemacht werden könnte, bei der die Kugeln als Mass eine Funktion des Radius mal einem beschränkt schwankenden Korrekturfaktor erhalten.

Ich möchte Sie nun fragen, wie weit Sie inzwischen die Masstheorie in beliebigen separablen Räumen erledigt haben, ob insbesondere das ebenerwähnte Mass – oder unter welchen Nebenbedingungen – existiert? Wenn der Satz vorliegt, wird man in einer kompakten kontinuierlichen Gruppe ein Mass einführen können, welches bei den Operationen der Gruppe beschränkt schwankt, vermöge einer multiplikationsinvarianten Metrisierung; anschliessend kann man aus dem beschränkt schwankenden Mass ein invariantes ableiten, durch eine Art Schüttelungsprozess: mithilfe dieses Masses kann man in Uebertragung Weylscher Methoden Darstellungstheorie machen und auf lineare Gruppen kommen, die nach Neumann ungefähr analytisch sind. (Diese Andeutungen für den Fall, dass Sie sich zufällig auch für die Dinge interessieren.) – Hasse erzählte, dass Sie jetzt aus der Negation des Auswahlprinzips Folgerungen ziehen: Machen Sie noch analytische Zahlentheorie? – Ich wäre Ihnen auch für ein allgemeines Gefühlsurteil über die Möglichkeit der Begründung des obig-Masses *sehr* dankbar, am liebsten wäre mir die Mitteilung, dass er etwa für endliche Mengersche Dimension richtig ist.

Mit freundlichen Grüssen und vielem Dank im voraus Ihr

2 19.11.1932, Zorn, Tätigkeitsbericht.

Abschrift eines der Notgemeinschaft d.D.W. am 19.XI.32 erstatteten Berichts.

Bericht über meine Tätigkeit von Juli bis September 1932.

Ich habe im wesentlichen zwei Arbeiten gemacht, von denen die erste mit der Theorie der kontinuierlichen Gruppen, die zweite mit algebraischen hyperkomplexen Systemen befasst.

1. Ueber gewisse kompakte Gruppen.

In einer stetigen Gruppe (abstrakt), sei ein Volumenmass definiert; nimmt man an, dass bei den Transformationen der Gruppe der Quotient

“äusseres Mass des Bildes durch äusseres Mass des Originals“

universell beschränkt bleibt, so gelingt mir unter gewissen naturgemässen Annahmen über die Struktur der Volumendefinition die Bildung eines bei der Gruppe *invarianten* Masses für kompakte Gruppen. Nach Konstruktion des invarianten Masses lässt sich dann die Weylsche Theorie der Darstellung geschlossener Gruppen wörtlich übertragen; es ergibt sich dann die *Analytizität* der Gruppen aus Sätzen von v. Neumann. Das Ergebnis darf als wesentlicher Beitrag zur Lösung des Problems “Nachweis der Analytizität beliebiger r-gliedriger Gruppen“ angesprochen werden; einerseits ist es bedeutend allgemeiner, insofern die topologische Struktur der Gruppe nicht speziell ist, andererseits muss die masstheoretische Einschränkung in den Kauf genommen werden.

Ganz abgeschlossen ist die Arbeit noch nicht, sie wird aber publiziert, wenn die genannten Ergebnisse gesichert sind.

2. Note zur hyperkomplexen analytischen Zahlentheorie.

Aus einer Arbeit von K. Hey wird – in vollkommen trivialer Weise – ein Beweis eines Hauptsatzes der hyperkomplexen Zahlentheorie abgelesen; es resultiert ein neuer Zugang zur Klassenkörpertheorie insbesondere ein neuer Beweis des allgemeinen Reziprozitätsgesetzes. Anschliessend ein ziemlich rein analytischer hyperkomplexer Beweis des allgemeinen quadratischen Reziprozitätsgesetzes. Ich lege auf die Arbeit als wissenschaftliche Leistung keinen Wert; sie wird aber publiziert wegen der Bedeutung des Ergebnisses.

3 ohne Datum, Zorn, Skizze eines Analytizitätsbeweises.

Skizze eines Analytizitätsbeweises für kompakte Gruppen.

Hilfssatz 1: G sei eine kompakte Lie sche Gruppe, N ein abgeschlossener Normalteiler, W eine einfach zusammenhängende Umgebung der Identität von G/N. Dann lässt sich W topologisch und isomorph auf eine Teilmenge von G, nämlich einen Keim W' eines Normalteilers von G, abbilden, und zwar durch eine Abbildung "R" = "Restklasse-Repräsentant". W' ist seinerseits in einer einfachzusammenhängenden Umgebung V der Identität von G enthalten, die als direktes Produkt von W' mit einem einf. zus. Keim von N gewählt werden.

Beweis: Nach der Theorie kompakter Liescher Gruppen wird G im kleinen direktes Produkt von N mit einem Normalteiler M, der Durchschnitt (M, N) ist diskret, M also eine Ueberlagerungsgruppe von G/N. Die Abbildung "R" von W auf die Komponente der Identität W' des Originals in M ist also topologisch und isomorph. Der oben genannte Keim von N ist eine einfachzusammenhängende Umgebung U der 1 in N, für die $U.U^{-1}$ und $U^{-1}.U$ zu M fremd ist.

Hilfssatz 2: G sei kompakt, N_i N_{i+1} sei eine Folge von abgeschlossenen Normalteilern mit dem Durchschnitt 1, die Gruppen G/N_i analytisch. Dann lässt sich jeder einfach zusammenhängende Kern W von G/N_i topologisch und isomorph auf einen Untergruppenkeim von G abbilden, und zwar durch eine Abbildung "R".

Beweis: Vermöge Hilfssatz 1 kann man jedem Element von W eine Folge von ineinander enthaltenen Restklassen nach allen folgenden N_t zuordnen, die dann ein und nur ein Element von G zum Durchschnitt haben. Da Folgen in G dann und nur dann konvergieren, wenn sie es mod. allen N_i tun, ist die so gewonnene Abbildung topologisch.

Hilfssatz 3: Voraussetzungen wie bei 2, ausserdem G zusammenhängend und im kleinen zusammenhängend, ferner die Faktorgruppen N_i/N_{i+1} endlich. Dann ist G zu G/N_1 im kleinen isomorph.

Beweis: Ein zusammenhängender Keim von G, der in einer mod. N_1 einfach zusammenhängenden Umgebung enthalten ist, enthält keine zwei mod.

irgend einem N_i verschiedenen Elemente, denn die G/N_i sind ja Ueberlagerungsgruppen von G/N_1.

Satz: Eine kompakte, zusammenhängende, im kleinen zusammenhängende, unendliche stetige Gruppe ist analytisch, wenn ihre Mengersche Dimension endlich ist.

Beweis: Nach Haar gibt es ein invariantes Mass; nach Haar, Weyl gibt es eine abzählbare Menge von linearen Darstellungen, in ihrer Gesamtheit treu und nach v. Neumann analytisch. Also gibt es eine Folge von abgeschlossenen Normalteilern N_i, die sich auf 1 zusammenzieht. Nach dem zweiten Hilfssatz ist die Dimension der G/N_i beschränkt, die Faktorgruppen N_i/N_{i+1} werden also nach der Theorie der Lie schen Gruppen von einem Index k an endlich (diskret); nach Hilfssatz 3 ist also G eine Ueberlagerungsgruppe von G/N_k, also analytisch.

Bemerkung: Auch die weiteren Sätze von Chevalley über die Struktur kompakter zusammenhängender Gruppen lassen sich mit Hilfssatz 2 gewinnen. Jedoch halte ich die auf Seite 2 erwähnten Ergebnisse Chevalleys für den richtigen Ausgangspunkt in der weiteren Entwicklung der Theorie, in ihr wird das Repräsentationslemma viel topologischer aufgezogen sein.

Bemerkung: Die vorliegende Beweisanordnung habe ich im grossen und ganzen in meiner Hamburger Vorlesung SS 33 über kontinuierliche Gruppen gebracht. – Herrn Bol, Hamburg, bin ich für anregende Bemerkungen zu Dank verpflichtet.

4 ohne Datum, Zorn, Elementarer Ansatz.

Ein elementarer Ansatz zur höheren Zahlentheorie.

Das Gauss'sche Lemma aus der Theorie der quadratischen Reste stellt im wesentlichen einen – bekannten – gruppentheoretischen Sachverhalt dar.

G sei eine abelsche Gruppe, g eine Untergruppe von endlichem Index, r_i sei ein System von Repräsentanten der Nebengruppen von g. Dann erfahren die r_i bei Multiplikation mit einem beliebigen Element x aus G eine monomiale Substitution mit Koeffizienten aus g, und das Produkt der Korrekturfaktoren ist ein Charakter von G, nämlich die j-te Potenz von x. Im Falle der Restklassengruppen nach einem Primideal also ein Potenzrestsymbol, wenn man die Restklassengruppe als Erweiterung einer Einheitswurzel-gruppe auffassen kann.

Enthält also ein algebraischer Zahlkörper geeignete Einheitswurzeln und zeichnet man mit Hilfe von Ungleichungen für die Konjugierten Repräsentanten aus (also verallgemeinerte absolut kleinste und positive Reste), so erhält man für allgemeine Primideale ein Gauss'sches Lemma über Potenzrestsymbole.

Man gewinne auf diesem – zahlentheoretischen – Wege Teilaussagen der Reziprozitätsgesetze.

Herr A r t i n, dem ich diesen Ansatz mitteilte, hat ihn für aussichtsreich erklärt; weiterhin habe ich gesehen, dass Herr C a r l i t z in der Zahlentheorie der Körper algebraischer Funktionen mod. p mit Erfolg eine Uebertragung des Gauss'schen Lemmas verwendet; vor allen Dingen aber fand ich bei Gauss selbst das Lemma auf den Körper $R(i)$ in genau dieser Art verallgemeinert und angewandt.

5 03.01.1934, Zorn, Privater Bericht über Untersuchungen

Privater Bericht (für Gutachtenszwecke) über Untersuchungen aus der Theorie der kontinuierlichen Gruppen.

Nachdem v. Neumann gezeigt hat, dass lineare kontinuierliche Gruppen analytisch sind, versuchte ich (Juli 1932) lineare Darstellungen abstrakter kontinuierlicher Gruppen zu finden. Ich bemerkte (August 32), dass die Weyl-Peter'sche Theorie für kompakte Gruppen solche Darstellungen liefert, wenn man ein einseitig-kongruenzinvariantes Mass mit den Eigenschaften des Lebesgueschen Masses einführen kann.

Unter der Annahme "in der Gruppe ist bereits ein Mass eingeführt und der Quotient 'Aeusseres Mass des Bildes durch äusseres Mass des Originals' ist beschränkt" bewies ich mit einem Umkehrsatz und einem Häufungsprinzip für totalstetige Mengenfunktionen, die aber auch schon längst bekannt waren, die Existenz des gesuchten Masses.

Das beschränkt schwankende Mass sollte dann mithilfe eines rein topologisch-masstheoretischen Lemmas konstruiert werden (vergl. den beiliegenden Brief an Tornier vom 3.XI.32).

Die Existenz einer t r e u e n Darstellung wollte ich damals durch gruppentheoretische Forderungen oder endliche Mengersche Dimension sichern, wobei ich allerdings ein gewisses Repräsentationslemma (s.u.) fälschlich für trivial hielt.

Kurz nach Abgang des ebenfalls beiliegenden Berichts an die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft (vom 19. November 32) erhielt ich die Korrekturen zweier Arbeiten von Haar und von v. Neumann; Haar hatte die Existenz des Masses in aller Allgemeinheit – für kompakte Gruppenkeime – und v. Neumann die Existenz einer treuen Darstellung unter der Annahme "lokal-euklidisch" gezeigt.

Daraufhin beschränkte ich mich auf die Beseitigung von "lokal-euklidisch". Hierbei ist ein Repräsentationslemma die Hauptsache (Lemma 2 aus der beigefügten Skizze), welches ich Dezember-Januar 32/33 beweisen konnte; ich teilte den Beweis mündlich den Herren Artin und Bol, Hamburg, mit. Dass man zur Analytizität noch den Zusammenhang im kleinen braucht, wurde mir dann bei der Vorbereitung einer Vorlesung über kontinuierliche Gruppen klar, die ich im SS 33 in Hamburg hielt, und zwar aufgrund von V.D. Waerdens Göttinger Vorlesung, bzw. eines Gruppenbeispiels daraus.

Im Sommersemester 33 erzählte mir nun Herr Chevalley gelegentlich eines Aufenthalts in Hamburg, dass er seinerseits das Problem auch mit einem Repräsentationslemma, übrigens allgemeiner, gelöst habe; ausserdem skizzierte er mir eine bedeutend weitergreifende Theorie, die er zusammen damit auch in einer C.R.-Note angekündigt hat.

Seinen Beweis, insbesondere des Repräsentationslemmas kenne ich nicht, jedoch ist jetzt natürlich keine Veranlassung zur Publikation meines Beweises (vergl. die beiliegende Skizze) gegeben.

Ich brauche nicht zu betonen, dass diese Mitteilung zu Gutachtenszwecken erfolgt, und dass ich, aus dem Vorangegangenen geht das ja deutlich hervor, nur auf Unabhängigkeit, nicht auf Prioritäten Anspruch machen kann.

Die Herren v. Neumann und Chevalley erhalten Kopien dieses privaten Berichts und der Anlagen.

Hamburg, 3. Januar 1934.

Inhalt:

Register