Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker II **Blatt 9**

Prof. Dr. R. Weissauer
Mirko Rösner

Sommersemester 2014
Abgabe bis 13.06.14 um 11:15 in INF 288.

---

1. Aufgabe: (2+2=4 Punkte) Für $f, g \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ definiert man die vektorwertige Funktion $(f, g) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $x \mapsto (f(x), g(x))$.

(a) Bestimmen Sie die totale Ableitung $D(m)$ der Funktion $m \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$, $m(a, b) = a \cdot b$.

(b) Wenden Sie die Kettenregel auf $fg = m \circ (f, g) \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ an, um die Produktregel $D(fg) = gDf + fDg$ zu zeigen.

2. Aufgabe: (2+2=4 Punkte) Sei $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$h(x, y) = \begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Zeigen Sie:

(a) $(\frac{\partial}{\partial x}h)(0, y) = -y$ und $(\frac{\partial}{\partial y}h)(x, 0) = x$,

(b) $(\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}h)(0, 0) = -1$ und $(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}h)(0, 0) = 1$.

Bemerkung: Die partiellen Ableitungen sind hier also nicht vertauschbar.

3. Aufgabe: (4 Punkte) Berechnen Sie den Pullback $\phi^*(\omega) \in A^1(\mathbb{R}^3)$ der Differentialform $\omega \in A^1(\mathbb{R}^2)$, $\omega(y) = y_1 \mathrm{d}y_2 - y_2 \mathrm{d}y_1$ entlang

$$\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2) = (x_1^2 + x_2^2, x_3).$$
