**Automorphe Formen** **Sommersemester 2017**

Dr. Mirko Rösner Mittwoch 16:00 (s.t.), Seminarraum 5, INF205

---

Sei $G$ eine lokalkompakte topologische Gruppe und $\Gamma$ eine diskrete Untergruppe. Der Hilbertraum $L^2(\Gamma\backslash G)$ besteht dann aus den quadratintegrierbaren Funktionen auf den Linksnebenklassen. Für $G = \mathbb{R}$ und $\Gamma = \mathbb{Z}$ sind das die klassischen Fourierreihen.

Interessanter ist der Fall $G = \mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$ mit einer Kongruenzuntergruppe $\Gamma \subseteq \mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$. Es gibt dann eine isometrische Einbettung der elliptischen Spitzenformen $[\Gamma, k]_0$ vom Gewicht $k \in \mathbb{N}$ nach $L^2(\Gamma\backslash G)$. Das Bild dieser Einbettung besteht aus Eigenformen des Laplaceoperators. Allgemeiner definiert man *automorphe Formen* zu $\mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$ als bestimmte Eigenfunktionen des Laplaceoperators. Die zweite wichtige Klasse von Eigenfunktionen in $L^2(\Gamma\backslash G)$ kommt dabei von den Maaßformen. Die Verteilung der Eigenwerte ist Gegenstand der berühmten Selberg-Vermutung.

Die Operation von $g \in G$ auf $L^2(\Gamma\backslash G)$ durch Rechtstranslation $\phi(h) \mapsto \phi(hg)$ definiert eine unitäre Darstellung von $G$. Wie zerfällt sie in irreduzible Komponenten? Im Allgemeinen ist das unbekannt, wichtige Spezialfälle lassen sich aber beschreiben.

Im Verlauf der Vorlesung werden wir die adelische Sprache kennenlernen, welche eine sehr elegante Beschreibung der Räume $L^2(\Gamma\backslash \mathrm{SL}(2, \mathbb{R}))$ für alle Kongruenzgruppen $\Gamma$ zugleich ermöglicht. Nach einer kurzen Einführung in die lokale Darstellungstheorie behandeln wir dann *automorphe Darstellungen*. Diese bilden eine Seite der (vermuteten) globalen Langlands-Korrespondenz.

Je nach Interesse der Teilnehmer lassen sich zahlreiche weitere Themen behandeln: Atkin-Lehner Theorie, Siegelsch-Hilbertsche Modulformen, automorphe $L$-Funktionen, Ramanujan-Vermutung.

- Workload: 120h, 4 CP
- Zielgruppe: Masterstudium Mathematik
- Vorkenntnisse: Funktionentheorie 1,2. Grundkenntnisse in Funktionalanalysis und Algebra sind nützlich.
- Website: `http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~mroesner`
- Kontakt: `mroesner@mathi.uni-heidelberg.de`, Zimmer 3.332 im Mathematikon

*It is a deeper subject than I appreciated and, I begin to suspect, deeper than anyone yet appreciates. To see it whole is certainly a daunting, for the moment even impossible, task.* R.P. Langlands