

Seminar im Sommersemester 2022: Informationsgeometrie

Die Informationsgeometrie betrachtet statistische Konzepte und Verfahren aus einer differentialgeometrischen Perspektive. Im Zentrum steht dabei der Begriff der statistischen Mannigfaltigkeit, der in diesem Seminar eingeführt und im Hinblick auf einige Anwendungen innerhalb und außerhalb der Statistik näher beleuchtet werden soll. Themenauswahl (zu jedem Themenblock sind ggf. mehrere Vorträge möglich):

- Für eine parametrisierte Familie $\{P_\theta \mid \theta \in \Theta\}$ von Wahrscheinlichkeitsverteilungen wird (unter geeigneten Zusatzannahmen) die Fisher-Informations-Matrix eingeführt und ihre Interpretation als Riemannsche Metrik (FIM) beleuchtet. Es wird sich herausstellen, dass diese intrinsisch, also unabhängig von der Wahl einer Parametrisierung, definiert werden kann. Dies ermöglicht es, die Familie P_θ mit geometrischen Methoden zu studieren und so beispielsweise Abstände und kürzeste Wege zwischen zwei Punkten in P_θ zu betrachten. Diese geometrische Sichtweise soll exemplarisch auf einige bekannte Familien von Wahrscheinlichkeitsverteilungen angewendet werden.
- Der Zusammenhang zwischen der FIM einerseits und grundlegenden Schätzverfahren der Statistik (z.B. Maximum-Entropie-Methode) andererseits soll aufgezeigt werden. Beweis der Invarianz der FIM unter Markov-Morphismen.
- Eine Verallgemeinerung der FIM liefern die sogenannten Divergenzgeometrien, die sich einer statistischen Divergenz (ein Maß für den, i.a. nicht symmetrischen, Abstand zwischen zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen) zuordnen lassen. Hierbei wird der mit der FIM assoziierte Levi-Civita-Zusammenhang durch einen allgemeineren affinen Zusammenhang (und sein duales) ersetzt. In vielen relevanten Fällen verschwindet die Krümmung dieses Zusammenhangs. Die sich hieraus ergebenden Konsequenzen sollen diskutiert werden.
- Anwendungen der Informationsgeometrie, z.B. im maschinellen Lernen und anderen Anwendungsfeldern, wo einige der häufig eingesetzten Verfahren (Clustering, konvexe Optimierung, Support Vector Machines und andere) aus informationsgeometrischer Sicht betrachtet werden können.

Literatur:

- S. Amari, Information geometry and its applications, Applied Mathematical Sciences **194**, Springer, 2016
- N. Ay, J. Jost, H. V. Lê, L. Schwachhöfer, Information geometry, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete **64**, Springer, 2017

- F. Nielsen, The many faces of information geometry, Notices of the AMS, American Mathematical Society **69** (2022), 36–45
Ein aktueller Überblicksartikel, der einen ersten Einstieg in das Thema bietet.
- F. Nielsen, An elementary introduction to information geometry, Entropy **22** (2018)

Das Seminar richtet sich an Studentinnen und Studenten in den Masterstudiengängen Mathematik, Informatik und Scientific Computing. Vorausgesetzt werden Grundkonzepte der Differentialgeometrie im Umfang etwa der Vorlesung Differentialgeometrie 1, insbesondere differenzierbare Mannigfaltigkeiten, Tangentialbündel, Riemannsche Metriken und kovariante Ableitungen. Nach Rücksprache mit dem Dozenten ist eine Teilnahme am Seminar auch ohne vorherigen Besuch der Vorlesung Differentialgeometrie möglich, setzt dann aber die Bereitschaft voraus, sich in die zuvor genannten Themen selbständig einzuarbeiten. Grundkenntnisse aus der Statistik sind hilfreich, werden aber nicht vorausgesetzt, sondern, soweit für das Thema erforderlich, im Seminar eingeführt.

Die Seminarvorträge können, je nach Präferenz des Publikums, auf Deutsch oder auf Englisch gehalten werden. Jeder Vortrag soll in einer kurzen Ausarbeitung zusammengefasst werden.

Das Seminar findet als **Blockseminar ab 03.06.2022 freitags von 11-15 Uhr** (c.t.) statt (Raum wird noch bekannt gegeben). Eine **Vorbesprechung** mit Vergabe der Vortragsthemen findet am Freitag, den **29.04.2022** um 16.00 Uhr statt (per Videokonferenz, die Einladung hierzu wird vorab verschickt).

Die **Anmeldung** ist ab sofort über MÜSLI oder direkt per Email an SWOBODA@MATHI.UNI-HEIDELBERG.DE möglich (**Anmeldefrist: 22.04.2022**). Bei Fragen können Sie sich gerne unter dieser Adresse an mich wenden.