

MATHEMATIK G10A KLASSENARBEIT 2

26.11.2013

Aufgabe	1	2	3	4
Punkte (max)	4	3	4	13
Punkte				

- (1) Gegeben sind die Punkte $P(2|4|-1)$, $Q(1|1|-2)$ und $R(0|7|2)$.
- a) Gib eine Gleichung der Geraden g durch P und Q an.
- b) Gib eine Gleichung der Geraden durch R an, die zu g parallel ist.
- (2) Liegen die drei Punkte $A(3|1|4)$, $B(-2|11|19)$, $C(-3|13|21)$ auf einer Geraden?

- (3) Bestimme den Schnittpunkt S der beiden Geraden g und h , die durch

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben sind.

Zeige, dass die Gerade

$$k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ebenfalls durch diesen Punkt S geht.

- (4) In einem Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2 -Ebene eine flache Landschaft, in der sich ein Flughafen befindet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich ein startendes Flugzeug im Punkt $P(-10|-14|0)$, eine Sekunde später in $Q(11|14|12)$. Dabei entspricht 1 Längeneinheit 1 m.
- a) Gib eine Geradengleichung der Flugbahn des Flugzeugs an.
- b) Wo befindet sich das Flugzeug nach 1 min?
- c) Mit welcher Geschwindigkeit (auch in km/h angeben) fliegt es?
- d) Nach wieviel Minuten hat das Flugzeug eine Höhe von 2520 m erreicht?
- e) In $S(620|826|0)$ befindet sich ein Kontrollturm. Welchen Abstand hat das Flugzeug beim Start von diesem Turm?
- f) Wann überfliegt das Flugzeug den Kontrollturm, und in welcher Höhe?

LÖSUNGEN

- (1) Gegeben sind die Punkte
- $P(2|4|-1)$
- ,
- $Q(1|1|-2)$
- und
- $R(0|7|2)$
- .

a) Gib eine Gleichung der Geraden g durch P und Q an.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

b) Gib eine Gleichung der Geraden durch R an, die zu g parallel ist.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (2) Liegen die drei Punkte
- $A(3|1|4)$
- ,
- $B(-2|11|19)$
- ,
- $C(-3|13|21)$
- auf einer Geraden?

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$ und $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind keine Vielfachen voneinander, also liegen die Punkte nicht auf einer Geraden.

- (3) Bestimme den Schnittpunkt
- S
- der beiden Geraden
- g
- und
- h
- , die durch

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben sind.

Zeige, dass die Gerade

$$k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ebenfalls durch diesen Punkt S geht.Schneiden von g und h ergibt

$$\begin{aligned} 2 + 6s &= 2 + 2r \\ -1 + 3s &= -1 + r \\ 5 + 2s &= 1 + r \end{aligned}$$

Die ersten beiden Gleichungen besagen $r = 3s$; Einsetzen in die letzte liefert $s = 4$, also $r = 12$, und $S(26|11|13)$.

Punktprobe mit S und k ergibt $r = 15$.

- (4) In einem Koordinatensystem beschreibt die
- x_1x_2
- Ebene eine flache Landschaft, in der sich ein Flughafen befindet. Zum Zeitpunkt
- $t = 0$
- befindet sich ein startendes Flugzeug im Punkt
- $P(-10|-14|0)$
- , eine Sekunde später in
- $Q(11|14|12)$
- . Dabei entspricht 1 Längeneinheit 1 m.

a) Gib eine Geradengleichung der Flugbahn des Flugzeugs an.

$$\vec{x} = \vec{OP} + t\vec{PQ} = \begin{pmatrix} -10 \\ -14 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

b) Wo befindet sich das Flugzeug nach 1 min?

 $t = 60$ einsetzen: $R(1250|1666|720)$

c) Mit welcher Geschwindigkeit (in km/h) fliegt es?

$$s = \sqrt{21^2 + 28^2 + 12^2} = 37, \text{ also } v = 37 \text{ m/s oder } v = 37 \cdot 3,6 \approx 133 \text{ km/h.}$$

d) Nach wieviel Minuten hat das Flugzeug eine Höhe von 2520 m erreicht?

$$x_3 = 2520 \text{ setzen liefert } t = 210, \text{ also nach } 3,5 \text{ min.}$$

e) In $S(620|826|0)$ befindet sich ein Kontrollturm. Welchen Abstand hat das Flugzeug beim Start von diesem Turm?

$$d = \sqrt{630^2 + 840^2} = 1050; \text{ der Abstand beträgt } 1050 \text{ m.}$$

f) Wann überfliegt das Flugzeug den Kontrollturm, und in welcher Höhe?

$x_1 = 620$ liefert $t = 30$; zu diesem Zeitpunkt ist das Flugzeug in $F(620|826|360)$, befindet sich also in 360 m Höhe.